# tangrampuzzels

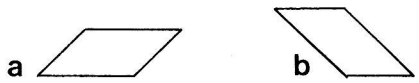
KOENO GRAVEMEIJER PROJECT OSM

**Tangrampuzzels (1)**

Bij een verbreding van een rekenprogramma naar een programma voor rekenen en wiskunde dient zeker ook een plaats ingeruimd te worden voor meetkundige activiteiten. Binnen een dergelijk programma kan heel goed gebruik gemaakt worden van tangrampuzzels. Je kunt daarvoor bestaande tangrampuzzels gebruiken, maar je kunt ook nieuwe puzzels ontwerpen met een bepaald leerproces voor ogen. De hier besproken werkbladen vallen in deze laatste categorie. De werkbladen zijn zo gekozen, dat de leerlingen via een didactische rij van problemen in de gelegenheid gesteld worden een bepaalde aanpak te ontwikkelen. Belangrijker dan de meetkundige inhoud vinden we het leerproces en de aard van de activiteiten waar deze tangrampuzzels zich toe lenen. Het gaat daarbij om een probleemgerichte aanpak en het gebruik maken van voorgaande leerervaringen.
Alvorens de opbouw en de bedoelingen van de werkbladen nader te beschrijven, zullen we kort ingaan op de "meetkunde leerstof" die aan de orde komt.

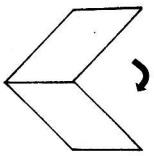
**De meetkunde**

Aan de tangrampuzzels herkennen we talloze meetkundige aspecten. Een vluchtige analyse levert onderwerpen als: draaien, spiegelen, samenstellen van hoeken en gelijkvormigheid.
Bij draaien denken we aan mentaal draaien:

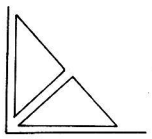



de leerling **ziet** dat a hetzelfde puzzelstuk is als b. Natuurlijk kan de leerling dit nog controleren door met de puzzelstukken te manipuleren. Dit is onzes inziens trouwens een belangrijke kwaliteit van dergelijke activiteiten: de mogelijkheid tot controle; de directe feedback die als het ware ingebakken zit.
Het spiegelen komen we tegen als we figuren als c en d met elkaar vergelijken.

Dat kan bij het puzzelen voorkomen als we c nodig hebben terwijl d voor ons ligt. Ontdekt zal worden dat het omklappen van het puzzelstuk het gewenste resultaat oplevert.

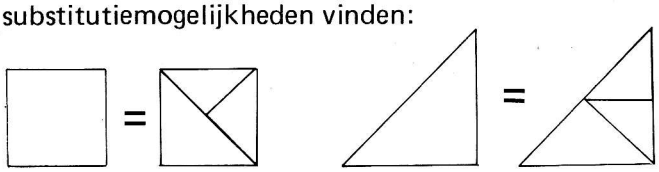


Het samenstellen van hoeken komt naar voren bij het "opvullen" van een te construeren figuur. Een rechte hoek kun je bijvoorbeeld maken met de punten van twee driehoeken.



Gelijkvormigheid is bij de meeste tangrampuzzels een uitgangspunt. De grootte van de te maken figuren stemt namelijk in het algemeen niet overeen met de grootte van de puzzelstukken. Je moet een figuur leggen die alleen qua **vorm** overeenstemt met het voorbeeld.
Gelijkvormigheid gebruik je ook bij het oplossen van puzzels. Als je weet dat je van twee kleine driehoeken een "zoute drop" kunt maken, dan weet je dat je dat ook met twee **grote** driehoeken van dezelfde vorm kunt doen.
Interessant aan dit voorbeeld is de mogelijkheid van substitutie die zich hier voordoet: je kunt het ene puzzelstuk vervangen door (twee of meer) andere.
Dergelijke substitutiemogelijkheden vormen de basiskennis van de tangrampuzzelaar. Dit geldt bijvoorbeeld voor inwisselingen als:

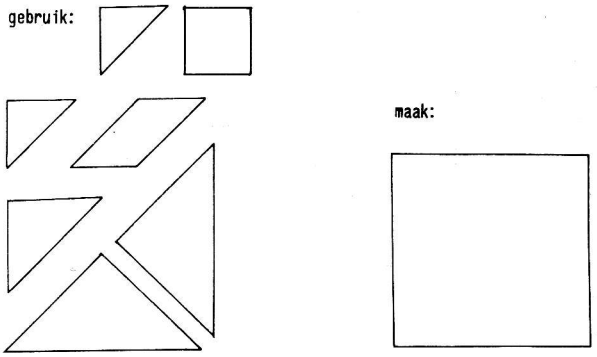
Als je deze gevallen kent kun je ook de volgende substitutiemogelijkheden vinden:



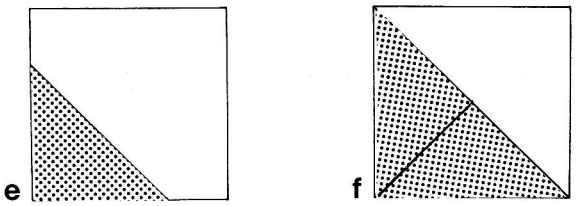
Zo kun je je kennis steeds uitbreiden. Wat op het ene moment nog een probleem voor je is, kan even later weer als basiskennis gebruikt worden.

**De opbouw van de werkbladen**

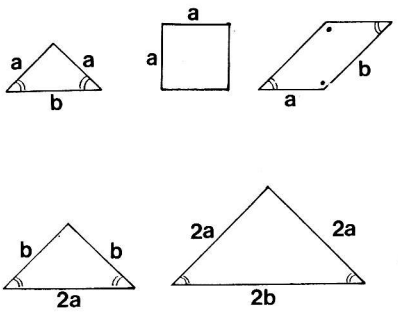
De werkbladopgaven zijn zo gekozen dat de kennis van de substitutiemogelijkheden aldoende opgebouwd kan worden. Deze kennis kan bewust gemaakt worden door het laten intekenen van de gevonden oplossingen. De toenemende complexiteit van de opgaven loopt synchroon met de toename van kennis bij de leerlingen. Datgene wat net ontdekt is, kan enkele opgaven later alweer gebruikt worden. Om dit leerproces optimaal te laten verlopen, zijn de opgaven op dezelfde schaal afgebeeld als de puzzelstukken. Dit maakt de opgaven eenvoudiger en het biedt de mogelijkheid om de opgaven via **gericht proberen** op te lossen. En, gericht proberen is iets anders dan in het wilde weg proberen. Gericht proberen veronderstelt enige samenhang tussen de verschillende pogingen. Je kunt namelijk leren van "foute oplossingen".




Je ontdekt bijvoorbeeld dat je de bovenstaande opgave niet kunt oplossen als je een grote driehoek in de hoek van het vierkant legt (zie fig. e).



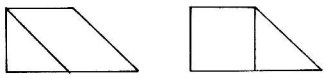

Ook kan het gebeuren dat je een deeloplossing van een probleem vindt. Bij een volgende poging hoef je slechts de rest van de figuur te vullen (fig. f).
Bij de werkbladopgaven is gekozen voor een langzame toename van het aantal puzzelstukken dat gebruikt wordt. De leerlingen krijgen hierdoor de gelegenheid te ontdekken hoe de verschillende stukken aan elkaar gepast kunnen worden. Daarbij spelen de lengte van de zijden en de grootte van de hoeken een rol. De puzzelstukken zijn vrij systematisch opgebouwd. Er komen steeds dezelfde lengtes en hoeken terug. Als we de zijden van de kleinste driehoek a en b noemen, dan kunnen we de zijden van de overige puzzelstukken hierin uitdrukken:



Voor de hoeken geldt: 2x hoek ∠ is een rechte hoek ( ⊾ ); en: hoek ∠ en hoek ∠ zijn samen $180^{o}$ ( ∠ ).
Nu is het natuurlijk niet de bedoeling dat leerlingen dit als losstaande feiten leren. Maar het is de bedoeling dat de kinderen via het werken aan de opgaven dergelijke relaties ontdekken. En dan gaat het niet zozeer om het expliciet kennen van lengterelaties en dergelijke, alswel om het weten hoe je de verschillende puzzelstukken aan elkaar kunt passen. Van belang is dan weer, dat je weet hoe de figuur er uitziet, die dan ontstaat (de substitutiemogelijkheden).

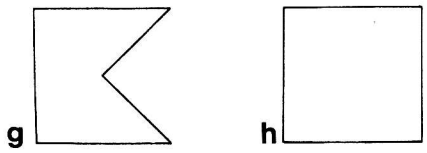
**Toelichting bij de werkbladen**
Op blad 1 ontdekken de leerlingen hoe je driehoeken, vierkanten en "zoute droppen" kunt maken.
Op blad 2 kan van deze kennis gebruik gemaakt worden. Aardig daarbij is dat elke figuur gezien kan worden als samengesteld uit twee grote driehoeken. Voor één van de grote driehoeken kan een puzzelstuk gebruikt worden, de andere moet uit de overige puzzelstukken samengesteld worden.
Op blad 3 wordt een nieuwe basisfiguur geïntroduceerd:

Deze figuur kan op twee manieren gemaakt worden:



Nadat de leerlingen dit gedaan hebben, wordt geëxperimenteerd met het samenvoegen van twee van dergelijke figuren.

Op blad 4 wordt op deze kennis voortgeborduurd. De eerste opgaven kunnen gezien worden als opgaven van blad 3, uitgebreid met een driehoek. Vergelijk bijvoorbeeld fig. g en fig. h.




Tenslotte wordt het tangramvierkant gemaakt.

Deze werkbladen kunnen onzes inziens in verschillende klassen gebruikt worden. Voor de middenbouw kunnen blad 1, 2 en 3 gemakkelijk uitgebreid worden met vergelijkbare opgaven. Voor de hogere leerjaren kan gebruik gemaakt worden van bestaande tangrampuzzels. Het verdient wel aanbeveling dergelijke opgaven op dezelfde schaal af te beelden als de puzzelstukken. Het zal de leerlingen zeker aanspreken als bij de uitbreiding van de opgaven figuren met een herkenbare voorstelling worden aangeboden. Tenslotte kunt u ook de kinderen zelf puzzels laten bedenken.

Noot:

(1) De hier gebruikte werkbladen zijn ontleend aan het programma "Rekenen en Wiskunde" (experimentele versie), uitgave project OSM Rotterdam.